

部分偏光と屈折率

2009/06 付けの報告書「KOBRA - WPR を利用した部分偏光の評価方法」の中で、偏光の種類には非偏光、完全偏光および部分偏光があることを説明し、透明ガラス板に非偏光が斜め入射したときの透過光は部分偏光になり、それは非偏光と直線偏光の混合で表されることを実験的に確かめた。ここでは、屈折率の異なる透明基板に非偏光を斜め入射したときの透過光の偏光状態を測定し、それが屈折率とどのように関係するかを調べた結果を報告する。

実験に使用した装置とソフトウェア

- ・装置 楕円偏光測定装置 KOBRA - WPR
- ・ソフトウェア 楕円偏光測定ソフト KOBRA - PR
- 位相差測定ソフト KOBRA - RE

試料

- ・窓板 BK7 OPB-25C02-10-5 (シグマ光機)
- ・窓板 合成石英 OPSQ-25C02-10-5 (シグマ光機)
- ・紫外・赤外用窓板 CaF₂ OPCF-25C02-P (シグマ光機)
- ・サファイアウィンドウ基板 S02S-30-E-1 (駿河精機)

各試料の寸法および屈折率は表 1 のとおりである。

表 1 各試料の条件

試料	寸法	屈折率 (波長 590nm)
BK7	25mm × t2mm	1.5168
合成石英	25mm × t2mm	1.4585
CaF ₂ (ほたる石)	25mm × t2mm	1.4339
サファイア	30mm × t1mm	No=1.768、Ne=1.760

結果

複屈折のない等方的な透明基板に非偏光を斜め入射したときの透過光の楕円率は、屈折率が大きいほど小さくなる。

透明基板に非偏光を入射したときの、入射角に対する透過光の楕円率変化は、フレネルの公式を用いた p 偏光、s 偏光の透過率から計算でき、基板の屈折率が 1.5 程度以下の場合には、基板内の多重反射を考慮しなくても実測値と計算値はよく一致する。基板の屈折率が 1.5 程度以上の場合には、基板内の多重反射を考慮したほうが実測値と計算値が合う。

サファイア基板のように複屈折を持つ透明基板に、非偏光を斜め入射したときの透過光の楕円率は、サファイアの屈折率が大きいこともあり基板内の多重反射を考慮したほうが実測値と計算値が合う。また、サファイアの複屈折が 0.008 と小さいため傾斜中心軸を基板面内の遅相軸、進相軸のいずれにしても大きな差はない。

測定方法

試料を傾斜測定用の試料ホルダーに挟んで、KOBRA - WPR の傾斜試料台にセットした。測定波長 590nm で入射角を 0° から 50° まで 10° ごとに変えながら、非偏光を入射したときの透過光について、図 1 のように回転検光子法によって偏光状態を調べた。

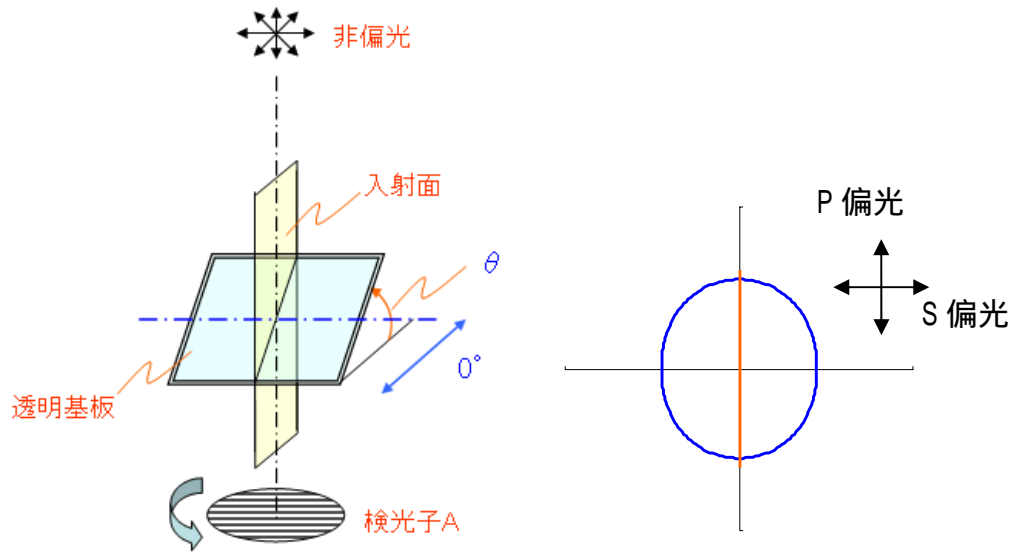


図 1 透明基板の透過光の測定系（左）と透過光強度図形の例（右）

測定結果

サファイア基板以外の試料について、図 1 の測定系で測定した透過光の楕円率の入射角に対する変化は図 2 のようになる。

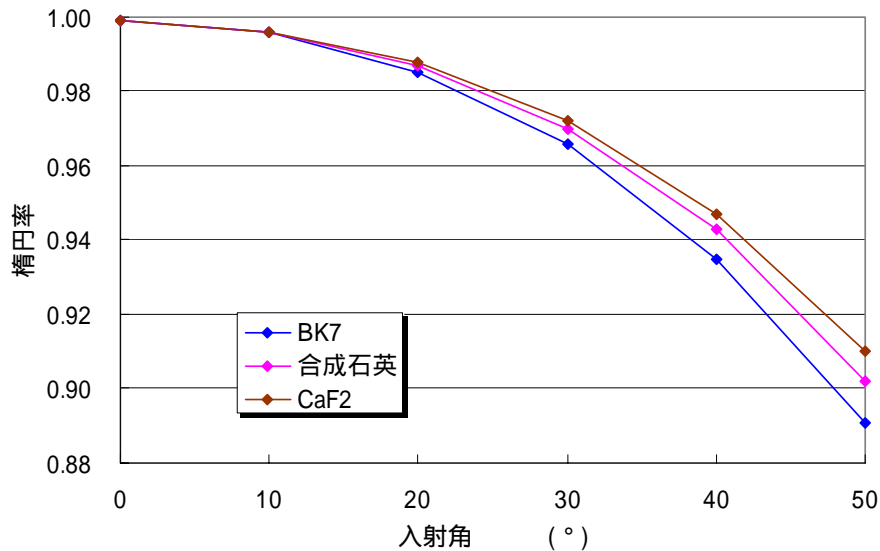


図 2 入射角に対する楕円率の変化（実測）

入射角 50° のときの楕円率と楕円方位角の各値は表 2 のようになり、さらにそれをポアンカレ球赤道面に表示すると図 3 のようになる。図 2 では 3 つの試料間で少し違いがあるが、ポアンカレ球赤道面に表示すると殆ど差がないように見える。

表2 入射角 50° のときの楕円率と楕円方位

	楕円率	楕円方位(°)
BK7	0.891	179.5
合成石英	0.902	179.6
CaF ₂	0.910	179.5

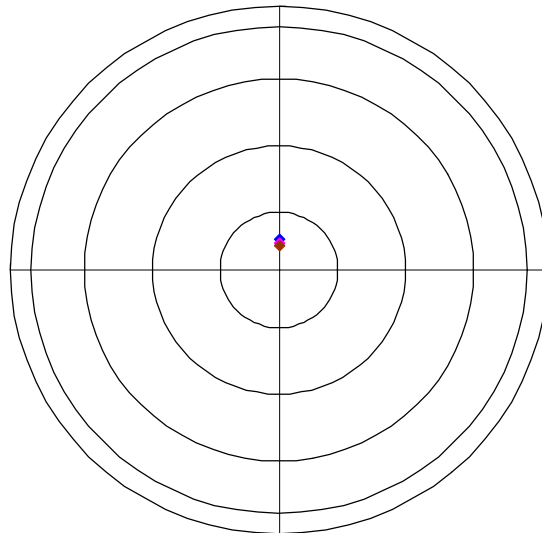


図3 表2の数値をポアンカレ球赤道面にプロットした図(実測)

図4は3つの試料の屈折率と入射角 50° のときの楕円率との関係をグラフにしたもので、これら2つの数値の間には相関関係があり、屈折率が大きいほど楕円率が小さくなる。

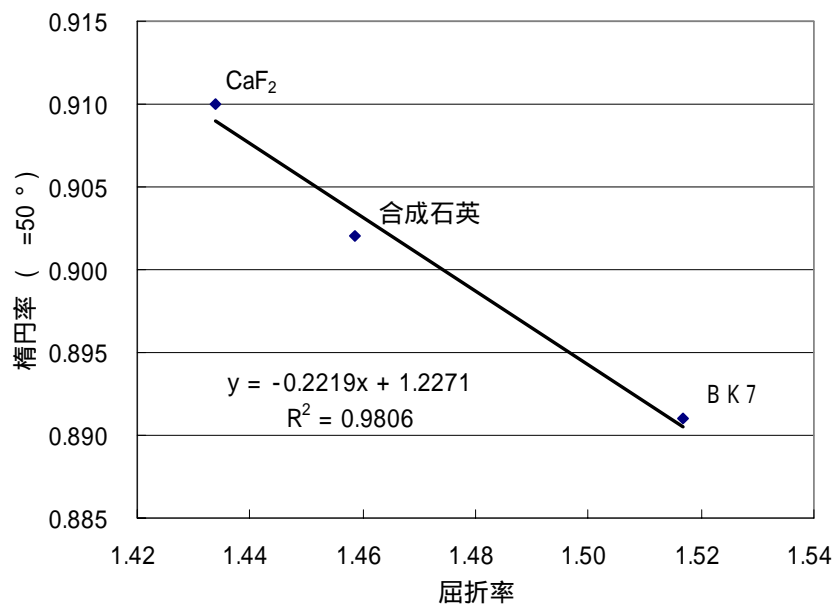


図4 屈折率と入射角 50° のときの楕円率(実測)

サファイア基板を、図1の測定系で測定したときの入射角に対する透過光の楕円率変化は、図5のようになる。

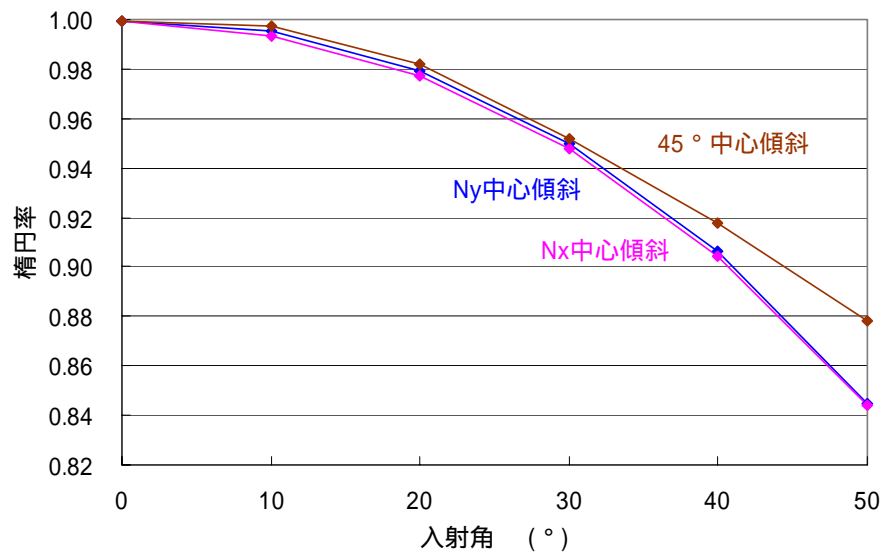


図5 サファイア基板の入射角に対する楕円率の変化(実測)

考察

1) 複屈折のない試料の場合

図4から分かるように試料の屈折率が透過光の楕円率に影響すること、およびこれが斜め入射の現象であることから、p偏光、s偏光の透過率の影響が考えられる。空気と試料の境界面でのp偏光、s偏光の透過率をそれぞれ $T_p(\theta_i)$ 、 $T_s(\theta_i)$ とすると、フレネルの公式より次のようになる。

$$T_p(\theta_i) = \frac{\sin 2\theta_i \sin 2\theta_t}{\sin^2(\theta_i + \theta_t) \cos^2(\theta_i - \theta_t)}$$

$$T_s(\theta_i) = \frac{\sin 2\theta_i \sin 2\theta_t}{\sin^2(\theta_i + \theta_t)}$$

θ_i 、 θ_t はそれぞれ入射角、屈折角で次のスネルの法則が成り立つ。

$$n_1 \sin \theta_i = n_2 \sin \theta_t$$

空気中に置かれた基板の場合は $n_1 = 1$ であり、さらに入射側と出射側の2つの境界面があるので全体の透過率は式、式それぞれの2乗になる。また、楕円率は(最小透過光強度/最大透過光強度)^{1/2}で表されるが、最小透過光強度 = $T_s(\theta_i)^2$ 、最大透過光強度 = $T_p(\theta_i)^2$ であるから、楕円率は最終的に次式で与えられる。

$$\text{楕円率}(\theta_i) = \frac{T_s(\theta_i)}{T_p(\theta_i)}$$

3つの試料について表1の屈折率を n_2 に代入して、式 から式 を用いて i に対する楕円率を計算し、図2の実測値と比較すると図6のようになる。

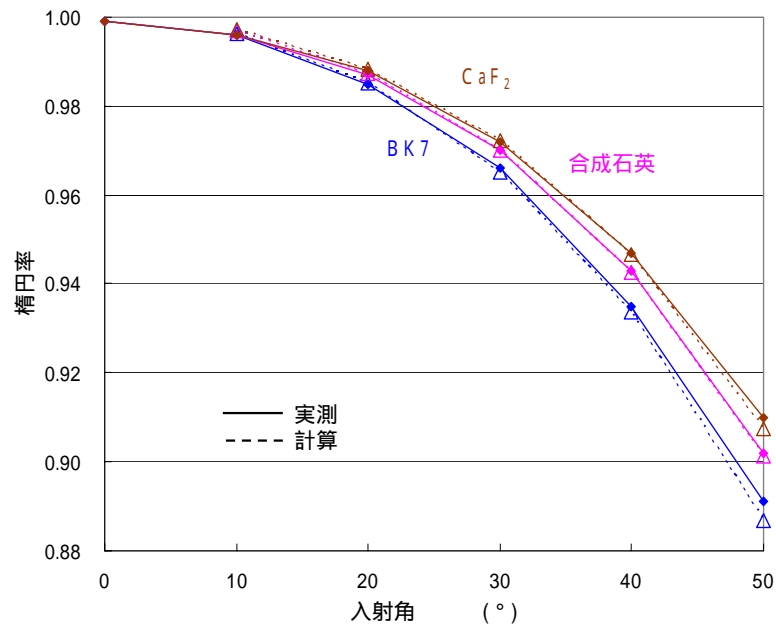


図6 楕円率の入射角依存性の実測と計算の比較(多重反射考慮なし)

一般的に試料が薄膜のとき、試料内部での多重反射を考慮する機会が多い。今回の試料は薄膜ではないが多重反射の影響を考えると、図7のように2つの境界面での透過率 T_1 、 T_2 をp偏光、s偏光を区別して T_{1p} 、 T_{2p} および T_{1s} 、 T_{2s} とすると、 $T_{1p} = T_{2p}$ であって式、 $T_{1s} = T_{2s}$ であって式 となる。また、フレネルの公式より反射率 R_2 については、同様にp偏光、s偏光を区別して、次のように表される。

$$R_{2p}(\theta_i) = \frac{\tan^2(\theta_i - \theta_t)}{\tan^2(\theta_i + \theta_t)}$$

$$R_{2s}(\theta_i) = \frac{\sin^2(\theta_i - \theta_t)}{\sin^2(\theta_i + \theta_t)}$$

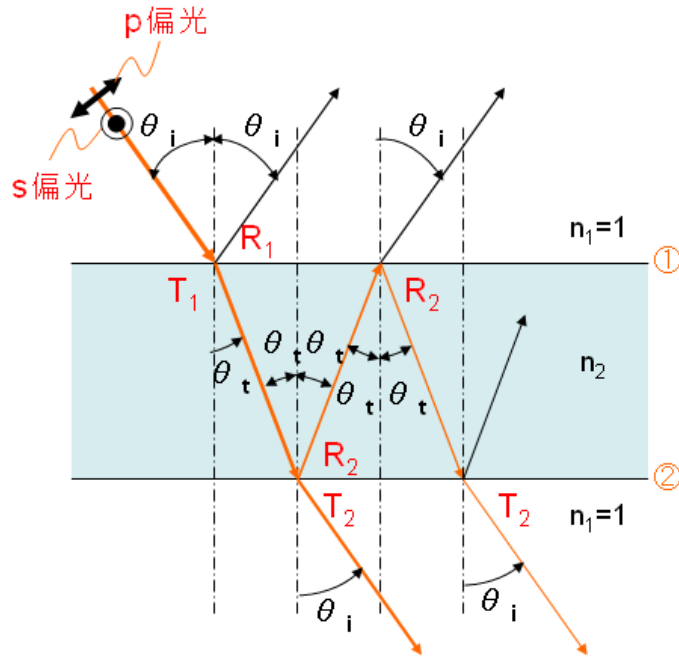


図7 透明基板に光が斜め入射したときの多重反射の説明図

一般的に試料が厚さ数十 μm 以下の薄膜であって、かつレーザーのような可干渉光を用いて試料からの反射光を測定する場合、屈折率が小さい媒質から大きい媒質へ入射する光の反射光に対しては位相の 90° 反転や光の干渉現象を考慮しなければならない。しかし、今回の実験の測定光はハロゲンランプの光を半値幅 10nm のバンドパスフィルタを通したものであり、また試料厚さも 1mm あるいは 2mm と十分に厚く、さらに反射光ではなく全体の透過光を扱っているため、位相の反転や干渉については考慮しないことにする。したがって、図7における全体の透過率を $T_{p_total}(\theta_i)$ 、 $T_{s_total}(\theta_i)$ とすると、それぞれ次のようになる。

$$T_{p_total}(\theta_i) = T_p(\theta_i)^2 \{1 + R_{2p}(\theta_i)^2 + R_{2p}(\theta_i)^4 + R_{2p}(\theta_i)^6 + \dots\}$$

$$T_{s_total}(\theta_i) = T_s(\theta_i)^2 \{1 + R_{2s}(\theta_i)^2 + R_{2s}(\theta_i)^4 + R_{2s}(\theta_i)^6 + \dots\}$$

3つの試料について表1の屈折率を n_2 に代入して、式、式を用いて入射角 θ_i に対する楕円率を計算し、図2の実測値と比較すると図8のようになる。ただし、このときの反射率は小さい値であるため、式、式において R の4乗の項までで十分である。

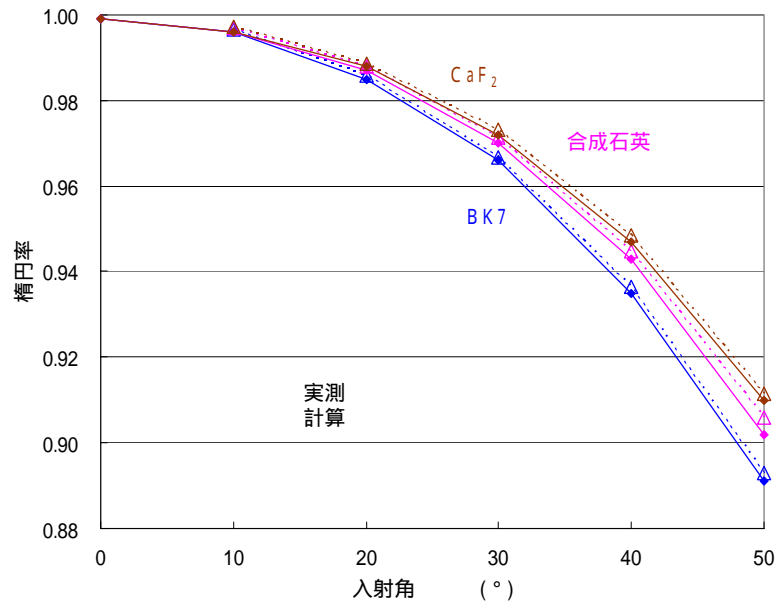


図8 楕円率の入射角依存性の実測と計算の比較 (多重反射を考慮)

図6と図8を比較すると、CaF₂と合成石英は多重反射を考慮しないほうが、一方屈折率の大きいBK7は多重反射を考慮したほうが、実測値と計算値とが近くなっていることが分かる。

2) 複屈折のある試料の場合

表1にあるように、サファイアは $n_o > n_e$ であるから一軸性の負の屈折率楕円体を示す結晶である。試料面内の直交する2つの屈折率の内、大きいほうを n_x 、小さいほうを n_y として、試料傾斜時の傾斜中心軸を n_x あるいは n_y としたときの図5の実測と、表1の屈折率を n_2 に代入して式 から式 を利用して透過光の楕円率の入射角依存性を計算した結果とを比較すると、図9のようになり両者は良い一致とは言えない。

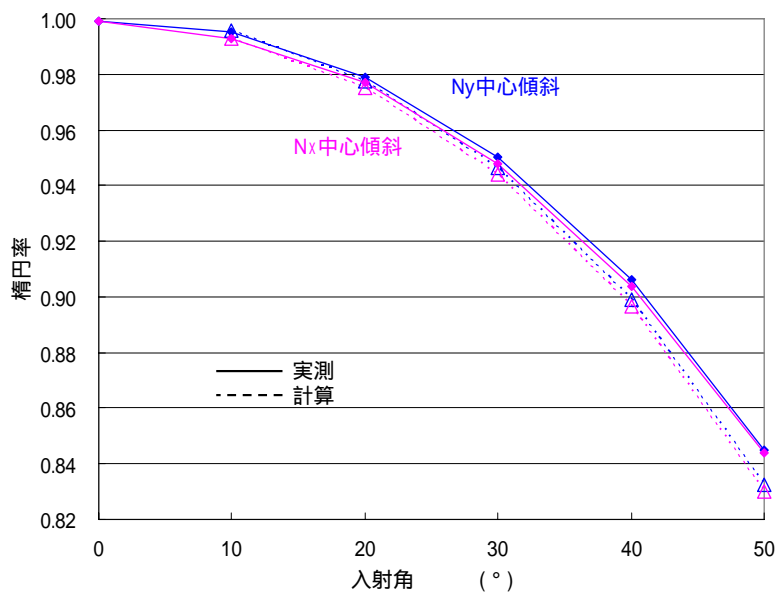


図9 楕円率の入射角依存性の実測と計算の比較 (多重反射考慮なし)

次に、多重反射を考慮した式 と式 を用いて計算した結果と、実測とを比較すると図 10 のようになる。

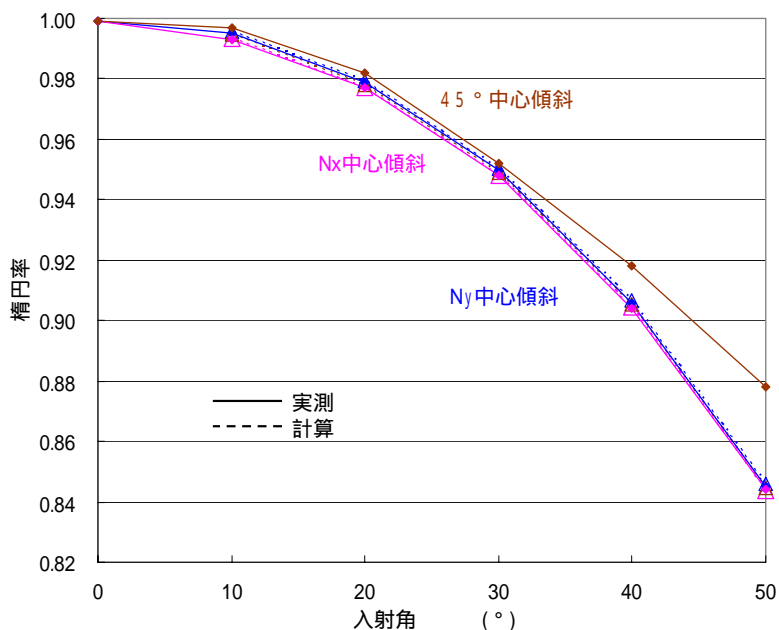


図 10 楕円率の入射角依存性の実測と計算の比較 (多重反射を考慮)

図 9 と図 10 を比較すると、Nx 中心傾斜、Ny 中心傾斜については多重反射を考慮したときのほうが実測とよく合うことが分かる。サファイア基板の屈折率は $N_o=1.768$ 、 $N_e=1.760$ であるので、図 10 の楕円率の計算は $N_x=N_o$ 、 $N_y=N_e$ と置いて行った。複屈折が 0.008 程度では、計算上は傾斜中心軸の違いによる楕円率の差は殆どない。

表 1 の 4 つの試料について、式、式 から得られる入射角 50° のときの反射率の値と、屈折率との関係をグラフにすると図 11 のようになる。図 6 と図 8 および図 9 と図 10 を比較すると、屈折率がある程度大きい (約 1.5 以上) ときには多重反射を考慮して計算したほうが実測と合うと言えるが、それは図 11 を見ると入射角 50° のときの s 偏光の反射率 $R_s(50^\circ)$ が約 11% 程度以上のときということになる。

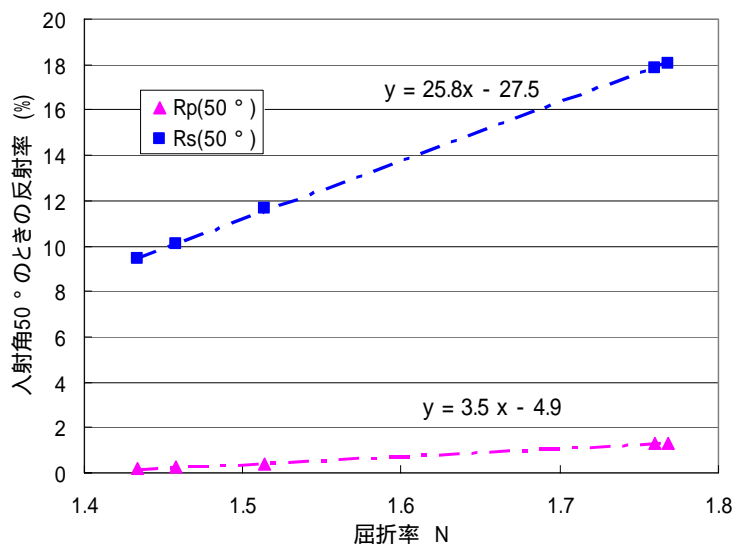


図 11 屈折率と入射角 50° のときの反射率

不鮮明であるが図 1 0 において、45 ° 中心傾斜の計算値も N_x 中心傾斜、 N_y 中心傾斜の値と殆ど重なっており、実測値を示す茶色の実線とは大きく離れていることが分かる。その原因を調べるために、サファイア基板の位相差の入射角依存性を測定すると図 1 2 のようになった。その測定値を用いてチルト角を計算すると 4.5 ° の結果を得た。

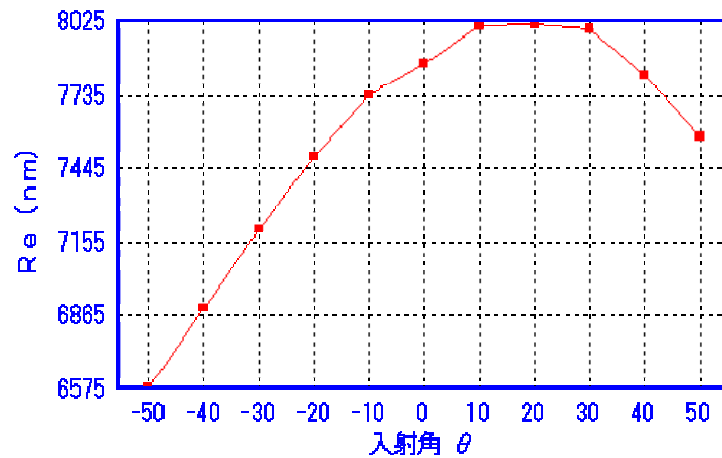


図 1 2 サファイア基板の位相差の入射角依存性測定結果

したがって、このサファイア基板の屈折率楕円体は図 1 3 のようにアンパン型が立った状態で、かつ基板面に対して $\approx 4.5^\circ$ のチルト角を持つものであると解釈できる。

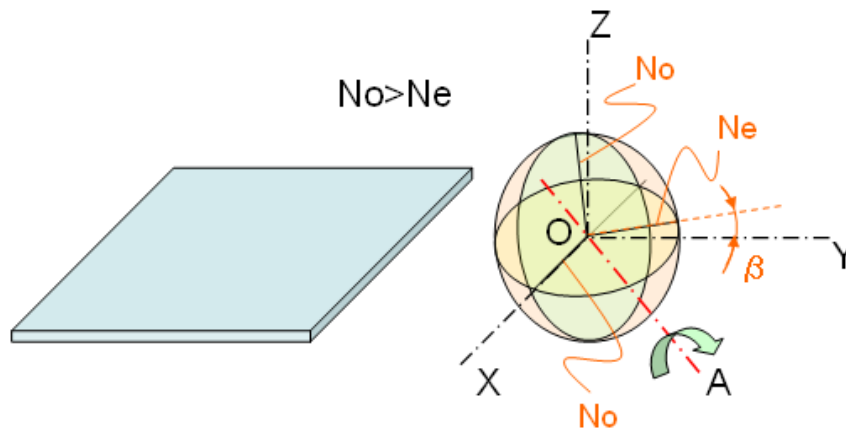


図 1 3 サファイア基板の屈折率楕円体

45 ° 中心傾斜とは図 1 3 において軸 OA を中心にして基板を傾斜することであり、その条件での実測が図 1 0 のように計算と合わないのは、複雑な屈折率楕円体の動き方が一因となっている可能性があるが、現時点では光学的な理由の説明には至っていない。

以上